
Scenariusz 4

Temat: Kłopotliwe głowy

Klasa 7-8 szkoła podstawowa

Cele lekcji:

Edukacja matematyczna:

Rozwijanie kompetencji analizowania tekstu

Rozwiązywanie zadań wieloetapowych

Zastosowanie cech podzielności

Zastosowanie kalkulatora do obliczeń rachunkowych

1. Sytuacja problemowa.

W pewnym królestwie żyje straszliwy smok o 2022 głowach. Poszukiwany jest śmiałek, który pokona bestię. Rycerz Zygryd może ściąć jednym cięciem 33 głowy lub 21 głów lub 17 głów lub 1 głowę. Niestety smokowi odrasta odpowiednio przy ścięciu 33 głów 48 nowych, przy ścięciu 21 głów nie odrasta żadna, przy ścięciu 17 głów odrasta 14, a przy ścięciu 1 odrasta kolejnych 349. Smok zostanie zabity jeśli wszystkie głowy zostaną ścięte. Czy rycerz Zygryd ma szansę zabić smoka? Jeśli tak to podaj przykładowe rozwiązanie. Przed przystąpieniem do poszukiwania rozwiązania należy upewnić się, czy uczniowie rozumieją zależność odrastania głów. Pomocne może być wyświetlenie bilansu głów w każdej możliwej sytuacji:

$33-48=-15$ (mamy dodatkowe 15 głów do ścięcia)

$21-0=21$ (smok stracił 21 głów i nic nie odrósł)

$17-14=3$ (nasz smok ma po tym ruchu tylko 3 głowy mniej)

$1-349=-348$ (smok ma dodatkowe 348 głów więcej)

Nauczyciel powinien się upewnić, czy uczniowie rozumieją, które ścięcia są korzystne dla rycerza Zygryda.

Rozwiązanie:

Każda operacja ścinania głów i późniejszego odrastania powoduje sumaryczną zmianę liczby głów na liczbą podzieloną przez 3. Liczba 2022 jest podzielna przez 3 zatem istnieje taki układ cięć (dodawania i odejmowania liczb podzielnych przez 3), który uśmierci smoka.

Dopuszczalne jest obliczanie liczby głów po kolejnych cięciach, tak by dojść do zera:

$$2022-17+14=2019$$

$$2019-17+14=2016$$

$$2016-17+14=2013\dots$$

Trzeba pozwolić uczniom samodzielnie dojść do metod szybszego obliczania pozostałych głów po wykonaniu większej liczby takich samych cięć.

Możliwe cięcia:

95 cięć po 21 głów powoduje pozbycie się 1995 głów bez odrośnięcia dodatkowych głów; pozostało do ścięcia 27 głów.

$$27-17+14=24$$

$$24-17+14=21$$

$$21-21=0 \quad (\text{łącznie rycerz musi wykonać 24 cięcia})$$

Inny tok rozumowania:

$$2022-17+14=2019$$

Po kolejnych 666 takich ścięciach otrzymujemy

$$2019-666(17-14)=21$$

$$21-21=0 \quad (\text{łącznie rycerz musi wykonać 668 cięć}).$$

Możliwe modyfikacje zadania:

Czy możliwa jest nieparzysta liczba cięć?

Czy możliwe jest rozwiązanie z większą liczbą cięć niż 668?

Czy rycerz Zygfyrd mógłby zabić smoka mającego 2021 głów?