
Scenariusz 6

Temat: Na ile sposobów

Klasa 7-8

Cele lekcji:

Edukacja matematyczna:

Poznanie pojęcia permutacji

Stosowanie wzoru na permutacje

Obliczanie permutacji z użyciem kalkulatora

Czytanie tekstu matematycznego ze zrozumieniem

Przebieg lekcji.

1. Sytuacja problemowa

Klasa Janka otrzymała zadanie aby zaprojektować flagę składającą się z pięciu prostokątnych pasów w następujących kolorach: pomarańczowy, czerwony, zielony, niebieski i biały. Kolory nie mogą się powtarzać. Janek zdecydował, że górny pasek flagi będzie pomarańczowy, następny czerwony i kolejny biały, niebieski, na dole zielony. Wybierając pierwszy pasek pomarańczowy uczeń pomyślał, że koledzy w klasie mogą wybrać inny kolor jako pierwszy. Rozpoczynając projekt flagi już pierwszy pasek generuje 5 różnych możliwości wyboru koloru. Na drugim miejscu możliwe są cztery pozostałe kolory, na trzecim już tylko trzy, na czwartym dwa, a na ostatnim pozostał nieużyty dotychczas jeden kolor. Zatem jaka jest szansa, że któryś z kolegów zaprojektuje taką samą flagę?

Autorka: Katarzyna Stefańska

Podpowiedź: Rozważ ile różnych flag można zaprojektować przy założeniu, że pierwszy kolor jest pomarańczowy. Możesz stosując skróty spróbować wypisać wszystkie możliwości dla pierwszego koloru pomarańczowego:

(p, c, b, n, z), (p, c, b, z, n), itd.

Następnie zastanów się ile rozwiązań będzie dla innego koloru wybranego na pierwszy pasek. Oblicz liczbę wszystkich możliwych flag. Oblicz prawdopodobieństwo zaprojektowania przez kolegę z klasy takiej samej flagi jak Janek. Czy liczba uczniów w klasie Janka ma tu znaczenie?

Rozwiązanie:

Liczba wszystkich możliwych flag to wynik permutacji zbioru pięcioelementowego:
 $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$

Prawdopodobieństwo zaprojektowania takiej samej flagi przez innego ucznia to $\frac{1}{120}$. Nie ma tu znaczenia liczebność klasy.

Uczniowie w klasie 8 nie znają pojęcia permutacji. Może się ono pojawić jako przykładowe rozwiązanie ucznia lub może być formą podsumowania pracy nad problemem podanym przez nauczyciela. Ważne aby przy kształtowaniu pojęć związanych z kombinatoryką zwracać uwagę na następujące warunki:

1. Czy wszystkie elementy są wykorzystane?
2. Czy ważna jest kolejność ustawienia elementów?
3. Czy elementy mogą się powtarzać?

Po zapoznaniu uczniów ze wzorem na liczenie permutacji $n!$ mogą oni przy pomocy kalkulatora obliczyć liczbę ułożeń kolorów dla flagi dwukolorowej, trzykolorowej itp. Ciekawym zagadnieniem może być liczba ustawień uczniów klasy w jednym szeregu na zajęciach wychowania fizycznego.